Värmeväxlarteori

Det finns en mängd olika varianter av värmeväxlare som alla har samma uppgift, det vill säga möjliggöra bästa möjliga värmeutbyte mellan två olika strömmande medier separerade av en fast vägg.[1] Det som klassificerar typen av värmeväxlare är hur de två separerade fluiderna strömmar samt hur modulen är konstruerad, såsom materialval etc. Bland de enklaste värmeväxlarna återfinns mot- och medströmsvärmeväxlare, för vilka teoretiska samband enkelt kan ställas upp. En variant som är vanligt förekommande i fordonsindustrin är korsströmsvärmeväxlaren vilken är mer komplicerad att beskriva teoretiskt. Hur väl en värmeväxlare fungerar beror av tre saker: (1) skillnaden i inloppstemperatur mellan de två medierna, (2) skillnaden i värmekapacitetsflöden och (3) värmeväxlarens effektivitet.

Som framgått tidigare mäts värmegenomgångstalet, U [W/m^{2}K], upp i en rigg. Detta tal är relaterat till det totala termiska motståndet, R_{tot} [m^{2}K/W], för värmeväxlaren. Det totala motståndet kan generellt sätt skrivas som

$$R_{tot} = \sum \frac{1}{h_i A_i} + \sum \frac{1}{k_j A_j}, \tag{A.1}$$

där den första termen efter likhetstecknet ger motståndet för värme-överföringen mellan strömmande medier och ytor och den sista termen ger motståndet vid ledning i solida material. Vidare är h värmeövergångs-koefficienten till följd av konvektion vid de olika ytorna och k är värmeledningstalet för soliden. Om en utav sidorna är behäftad med flänsar skall arean av dessa korrigeras med den så kallade flänsverkningsgraden. Detta till följd av att, då flänsar vanligen är tunna, är temperaturen i flänsarna inte konstant. Det är också möjligt att ta hänsyn till *fouling*[2] genom att addera en extra term till uttrycket.

Det totala termiska motståndet kan alltså beskrivas som en summa av en mängd delmotstånd. Med relationen U=1/($R_{tot}A$) går det att skriva om ekv. A.1 som

$$\frac{1}{U} = A\left(\sum \frac{1}{h_i A_i} + \sum \frac{1}{k_j A_j}\right), \tag{A.2}$$

där U är värmeövergångstalet hänfört till en vald area A, vanligen kylarmatrisens projicerade area. Det är dessa summationstermer som ligger till grund för det värde som U antar vid uppmätning av värmeväxlarens prestanda. Då det inte är praktiskt lämpligt att ta fram U enligt ekv A.2, så kan istället sambanden nedan användas

$$q = \dot{m}_a c_{p,a} \Delta T_a = \dot{m}_b c_{p,b} \Delta T_b, \tag{A.3a}$$

$$q = UA\Delta T_m, \tag{A.3b}$$

[1] Det som avses här är, så kallade, rekuperativa värmeväxlare.

[2] Fouling avser ansamling eller uppbyggnad av oönskat material på en solid yta.

där q är det överförda värmeflödet,[3] m_a och m_b är massflödena och ΔT_a och ΔT_b är temperaturförändringen för de två olika medieflödena *a* och *b*. Ofta skrivs mc_p samman och benämns därvid som *värmekapacitetsflöde*, C. ΔT_m är den så kallade medeltemperaturdifferensen. Ekvation A.3a användas för att räkna fram värmeflödet q som i sin tur används i ekv. A.3b för att räkna fram U. Hur ΔT_m räknas ut beror på typen av värmeväxlare och för den enklaste typen, det vill säga mot- och medströmsvärmeväxlare, gäller följande samband

$$\Delta T_m = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln\left(\Delta T_1 / \Delta T_2\right)}, \tag{A.4}$$

där ΔT_1 och ΔT_2 är temperaturdifferenserna mellan de två medierna vid värmeväxlarens två anslutningssidor. ΔT_m brukar vanligen benämnas den *logaritmiska medeltemperaturdifferensen* (LMTD) och skrivs ΔT_{lm}.

För korsströmsvärmeväxlare gäller inte definitionen av ΔT_m i ekv. A.4 då detta fall är tvådimensionellt. Till skillnad från de enklare varianterna av värmeväxlare kan de två mediernas utgående temperaturer variera påtagligt över strömningstvärsnittet och man inför därför en medeltemperaturförändring. Således beror inte $\Delta T_{lm,}$ för korsströmsvärmeväxlare, enbart av temperaturnivåerna utan även av värmekapacitetsflödena. Ekvation A.4 gäller dock fortfarande om man introducerar en korrektionsfaktor, F, enligt

$$\Delta T_{lm} = F\,\Delta T_{lm,KS} = F\,\frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln\left(\Delta T_1 / \Delta T_2\right)}. \tag{A.5}$$

Temperaturdifferenserna i ekv. A.5 skall behandlas som för en motströms-värmeväxlare. Algebraiska uttryck för F finns för olika varianter av värme-växlare och representeras ofta i grafisk form.

Att räkna fram U vid riggprov är, som visats, enkelt förutsatt att de fyra temperaturerna och F är kända. Däremot om, exempelvis, utloppstemperaturerna och q är okända, som vid normal analys av laddluftkylare, kan inte ΔT_{lm} tas fram direkt. Det man gör då är att gissa ett startvärde för att sedan på iterativ väg räkna fram rätt temperaturnivåer. Konvergens har uppnåtts då ekvationerna A.3a och A.3b ger samma värde för q.

En alternativ och enklare metod till LMTD är den så kallade NTU metoden. NTU står för *Number of Thermal Units* och är ett dimensionslöst tal definerat som

$$NTU = \frac{UA}{C_{\min}}, \tag{A.6}$$

där C_{min} representeras av mediet med lägst värmekapacitetsflöde. I denna metod tar man vanligen först reda på det teoretiskt sett maximala värmeflödet, q_{max}, enligt

$$q_{\max} = C_{\min}(T_{h,i} - T_{c,i}), \tag{A.7}$$

där $T_{h,i}$ samt $T_{c,i}$ är inloppstemperaturerna på den varma respektive den kalla sidan. Utifrån detta definierar man värmeväxlarens effektivitet, enligt

[3] Värmeutbyte med omgivningen försummas.

$$\varepsilon = \frac{q}{q_{\max}}. \tag{A.8}$$

Det finns ett samband mellan NTU och ε, vilket likt F i LMTD metoden ofta representeras i grafisk form. Detta samband beror av typen av värmeväxlare. För en typisk korsströmsvärmeväxlare där det varma mediet genomgår omblandning och representerar C_{max}, vilket är typiskt för kylvätskekylare, gäller följande samband

$$NTU = -\ln\left[1 + \left(\frac{1}{C_r}\right)\ln\left(1 - \varepsilon\, C_r\right)\right], \tag{A.9}$$

där C_r representeras av C_{min} / C_{max}. För en laddluftkylare representerar dock vanligen det varma omblandade mediet C_{min} varför följande samband gäller

$$NTU = -\left(\frac{1}{C_r}\right)\ln\left[C_r \ln\left(1 - \varepsilon\right) + 1\right]. \tag{A.10}$$

Är q, som i detta exempel, okänt räknas NTU fram enligt ekv. A.6 och därefter tas ε fram via omskrivning av ekv. A.10. Ekvation A.8 används slutligen för att bestämma q.

Skall hänsyn till mediernas flödesfördelning tas måste man dela upp kylarmatrisen i ett godtyckligt antal element. Var och ett av dessa element behandlas sedan som en separat korsströmsvärmeväxlare med randvillkor givna från motsvarande omkringliggande element samt från eventuell strömningsberäkning. Beräkning sker sedan med en iterativ metod tills dess konvergens uppnåtts.

Konvektiv värmeöverföring

Konvektiv värmeöverföring sker mellan ett strömmande medium och en yta och beror av en rad faktor, till stor del kopplade till hur det strömmande mediet har för karaktär och egenskaper. Det värmeutbyte som sker kan både uttryckas med Newtons avkylningslag

$$q = h\,A(T_s - T_\infty), \tag{A.11}$$

där T_s är ytans temperatur och T_∞ är temperaturen för anblåsande strömning, samt med Fouriers lag enligt

$$q = -k_f\, A \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}, \tag{A.12}$$

där k_f är fluidens värmeledningstal. Här avser y den väggnormala riktningen. Anledningen att Fouriers lag appliceras är att vid väggen är strömnings-hastigheten lika med noll och värmeöverföringen sker därför enbart med ledning (strålning ej beaktad). Från ekv. A.11 och ekv. A.12 erhålls

$$h = \frac{-k_f\, \partial T / \partial y\big|_{y=0}}{T_s - T_\infty}. \tag{A.13}$$

I denna ekvation är det bara temperaturgradienten som inte är konstant utmed ytan. Värmeövergångskoefficientens variationer följer därmed strikt förändringarna hos den väggnormala temperaturgradienten vid $y=0$. Temperaturgradienten styrs i sin tur av karaktären hos det strömmande mediet. Ekvation A.13 kan via normalisering med en längdskala L och en temperaturskala (T_s $-T_\infty$) skrivas om till dimensionslös form ($y^*=y/L$ osv) enligt

$$\frac{h\,L}{k_f} = \left.\frac{\partial T^*}{\partial y^*}\right|_{y^*=0}, \tag{A.14}$$

där man från den vänstra termen definierar det så kallade Nusselts tal, Nu,

$$Nu = \frac{h\,L}{k_f}. \tag{A.15}$$

Hur Nusselts tals förhåller sig till temperaturgränsskiktet brukar jämställas med hur friktionskoefficienten förhåller sig till hastighetsgränsskiktet. Hur de två gränsskikten relaterar sig till varandra kan uttryckas med, det så kallade, Prandtls tal, Pr, som anger förhållandet mellan rörelsemängdsdiffusion och termisk diffusion. Utifrån Pr samt Reynolds tal (Re) kan man härleda uttryck för Nu för olika enklare fall, $Nu=f(Re, Pr)$. Dessa uttryck bygger på ett gemensamt samband nämligen det att vid ökad strömningshastighet eller vid övergång från laminär till turbulent strömning ökar väggfriktionen, C_f, och därmed även Nu, det vill säga $Nu \propto C_f$.

Vid traditionell systemanalys av värmeväxlare beaktas, som sagt, inte detaljerna kring hur värmeöverföringen sker samt hur den varierar utmed matrisytorna. Allt bakas samman i värmeövergångstalet U. Detaljerna är dock nödvändiga att känna till för att, bland annat, kunna ta fram och producera effektiva värmeväxlare.